

アイアン・ウッドパネル（鉄木合板）の透過損失の計算

前書き

材料の音響インピーダンスから計算した材料間の境界面での音振動の反射率、透過率には時間の概念がない。空間（大きさ・形状）の概念も無い。

すなわち材料1と材料2の音響インピーダンスをそれぞれZ1、Z2とすれば、

材料1と材料2の境界面での音振動の強さの透過率 $TI=1-((Z2-Z1)/(Z1+Z2))^2$ 、

境界面での透過損失 $TL=-10\log(TI)$ となるが、これは時間・空間とは関係が無い。

その結果、鉄木合板について、現実には有り得ないような透過損失が算出されてしまう。

本論に記載した材料内部での（境界面間の）反射を考慮した計算例は、音振動の入力が瞬間的なものではなく持続的なものだと結果がかなり変わることを示している。

また入力側、出力側の空間（普通は部屋）の条件の影響が極めて大きいということが計算例から分かる。しかし設計上、空気との境界面をどう取り扱えばよいのか？ということはペンディングのままである。

有意義な遮音設計をするためには、単に遮音パネルの性能について考えるだけではなく、それが設置される空間の条件も併せて考察せざるをえないと思う。

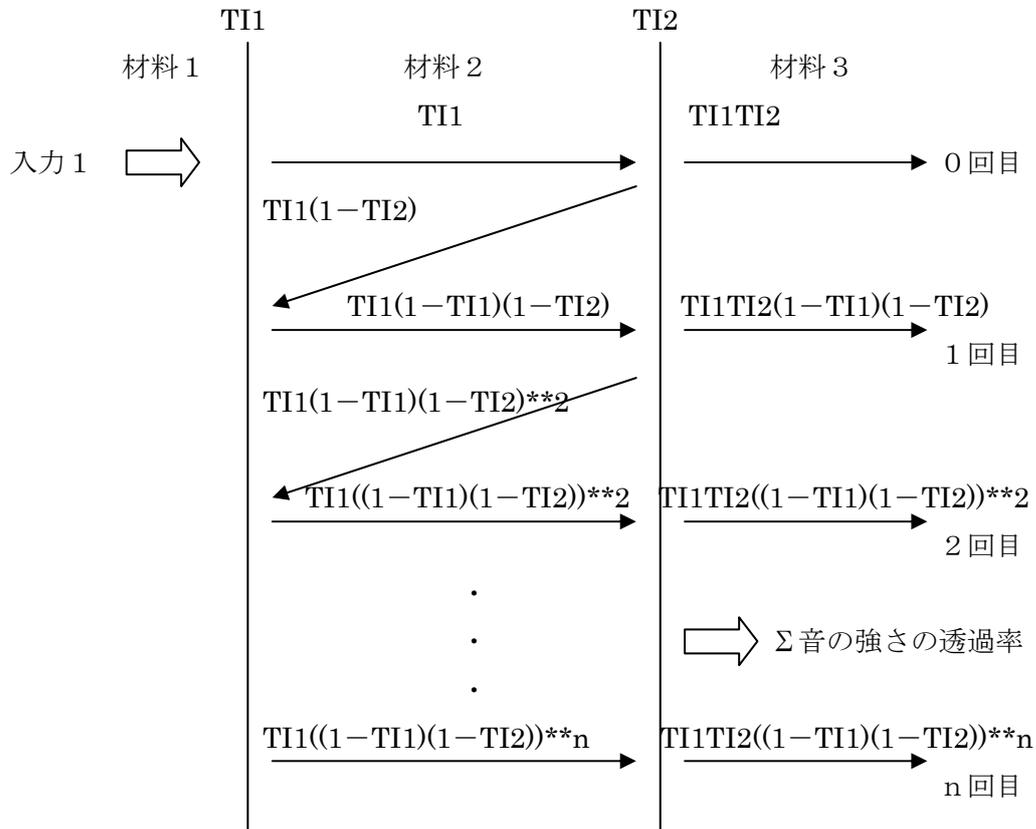
計算の前提条件：

まず音響インピーダンス ($\text{kg/m}^2 \text{s}$)

材料	密度(kg/m^3)	縦波音速(m/s)	音響インピーダンス($\text{kg/m}^2 \text{s}$)
空気	1.29	331	$4.28 \times 10^{**2}$
ベニヤ	$4.20 \times 10^{**2}$	4000	$1.68 \times 10^{**6}$
コンクリート	$2.30 \times 10^{**3}$	3100	$7.14 \times 10^{**6}$
鉄	$7.86 \times 10^{**3}$	5290	$41.58 \times 10^{**6}$

次は各種境界面の反射率、透過率、透過損失 (TL)

境界面	音圧反射率 (Rp)	音圧透過率 (Tp=1+Rp)	音強さ反射率 (RI=Rp**2)	音強さ透過率 (TI=1-Rp**2)	透過損失 (-10logTI)
空気-ベニヤ	0.9995	1.9995	0.99898	$1.0185 \times 10^{**-3}$	30dB
空気-コンクリート	0.99988	1.99988	0.99976	$2.4008 \times 10^{**-4}$	36dB
空気-鉄板	0.99998	1.99998	0.99996	$4.1173 \times 10^{**-5}$	44dB
ベニヤ-コンクリート	0.61862	1.61862	0.38267	0.61733	2dB
ベニヤ-鉄板	0.92233	1.92233	0.8507	0.1493	8dB
鉄板-ベニヤ	-0.92233	0.07767	0.8507	0.1493	8dB

1 遮音パネル構成材内部で反射がある場合の Σ (音の強さの透過率) 計算式

これは初項 TI_1TI_2 、公比 $(1-TI_1)(1-TI_2)$ の等比数列となり、

$$\Sigma \text{音の強さの透過率} = \frac{TI_1TI_2((1-(1-TI_1)(1-TI_2))^n)}{1-(1-TI_1)(1-TI_2)}$$

$$TI_1=TI_2=TI \text{ ならば、} \Sigma \text{音の強さの透過率} = \frac{TI(1-(1-TI)^{2n})}{2-TI}$$

$n \rightarrow \infty$ とすれば、

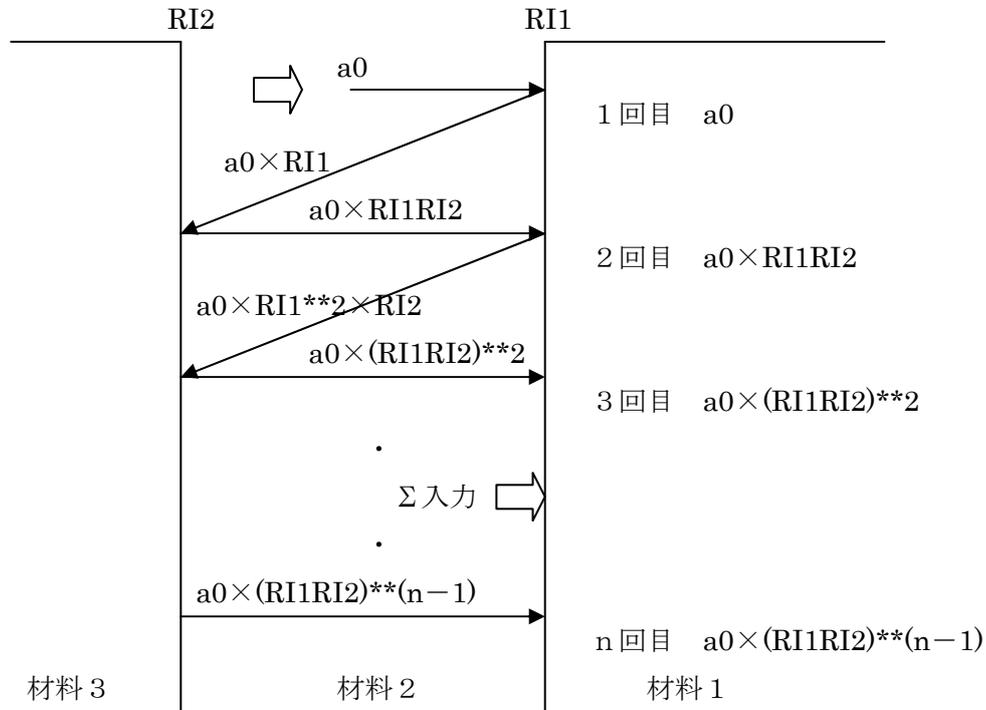
$$\Sigma \text{音の強さの透過率} = \frac{TI_1TI_2}{1-(1-TI_1)(1-TI_2)}$$

$$TI_1=TI_2=TI \text{ ならば、} \Sigma \text{音の強さの透過率} = \frac{TI}{2-TI}$$

いずれの場合も、 TL (透過損失) $= -10 \log (\Sigma \text{音の強さの透過率})$

2 境界面間の音振動の反射を考慮した Σ 入力の計算式

注) 材料3は材料2が空気の場合、仮想壁(部屋の反対側壁面など)と想定される。



これは初項 a_0 、公比 $RI_1 RI_2$ の等比数列なので、

$$a_0 \times (1 - (RI_1 RI_2)^{n-1})$$

$$\Sigma \text{ 入力} = \frac{\quad}{1 - RI_1 RI_2}$$

$$RI_1 = RI_2 = RI \text{ の場合} : \Sigma \text{ 入力} = a_0 (1 - RI^{2(n-1)}) / (1 - RI^2)$$

$n \rightarrow \infty$ の場合 (仮想壁の場合は部屋の存在を想定しているので、 $n=20$ 程度としたいが) :

$$\Sigma \text{ 入力} = a_0 / (1 - RI_1 RI_2)、さらに RI_1 = RI_2 = RI \text{ なら } \Sigma \text{ 入力} = a_0 / (1 - RI^2)$$

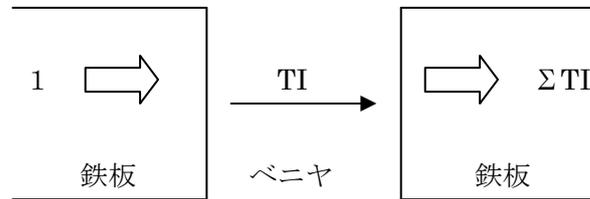
以下、材料3-材料2-材料1、 $a_0 = 1$ 、 $n=20$ とすれば

計算例 1	ベニヤ-空気 -ベニヤ	の場合	Σ 入力 = 18.64
計算例 2	鉄板 -空気 -鉄板	の場合	Σ 入力 = 18.99
計算例 3	鉄板 -ベニヤ-鉄板	の場合	Σ 入力 = 3.61
計算例 4	ベニヤ-空気 -鉄板	の場合	Σ 入力 = 19.52
計算例 5	空気 -鉄板 -ベニヤ	の場合	Σ 入力 = 6.39

注) 計算例3で $n \rightarrow \infty$ ならば Σ 入力 = 3.62 となる (あまり変らない)。

3 鉄木合板の透過損失 (TL) の計算例

(1) 空気の影響が無い場合の1境界面あたりの TL の推定



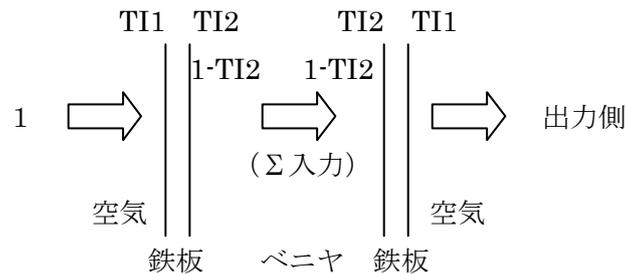
$$\Sigma TI = TI / (2 - TI) = 0.1493 / (2 - 0.1493) = 0.0807 \quad (n \rightarrow \infty)$$

$$TL = -\log \Sigma TI = 10.9\text{dB} \quad \text{つまり、} 5.5\text{dB} / \text{境界面となる。}$$

なお、

$$\begin{aligned} n \rightarrow \infty \text{ではなく、} n=2 \text{の場合は } 14.2\text{dB、} \quad n=10 \text{の場合は } 11.1\text{dB} \\ n=20 \text{の場合は } 10.9\text{dB、} \quad n=30 \text{の場合は } 10.9\text{dB} \text{となる。} \end{aligned}$$

(2) 入力側、出力側に仮想壁が無い場合



まず左半分について：

入力は「1」

$$TI1 = 4.1173 \times 10^{-5}、TI2 = 0.1493$$

$$n \rightarrow \infty \text{として、} \Sigma \text{音の強さの透過率} = 4.1162 \times 10^{-5}$$

次に右半分について：

Σ 入力は上記の Σ 音の強さの透過率を初項とするので、

$$4.1162 \times 10^{-5} / (1 - 0.8507^{**2}) = 1.4847 \times 10^{-4}$$

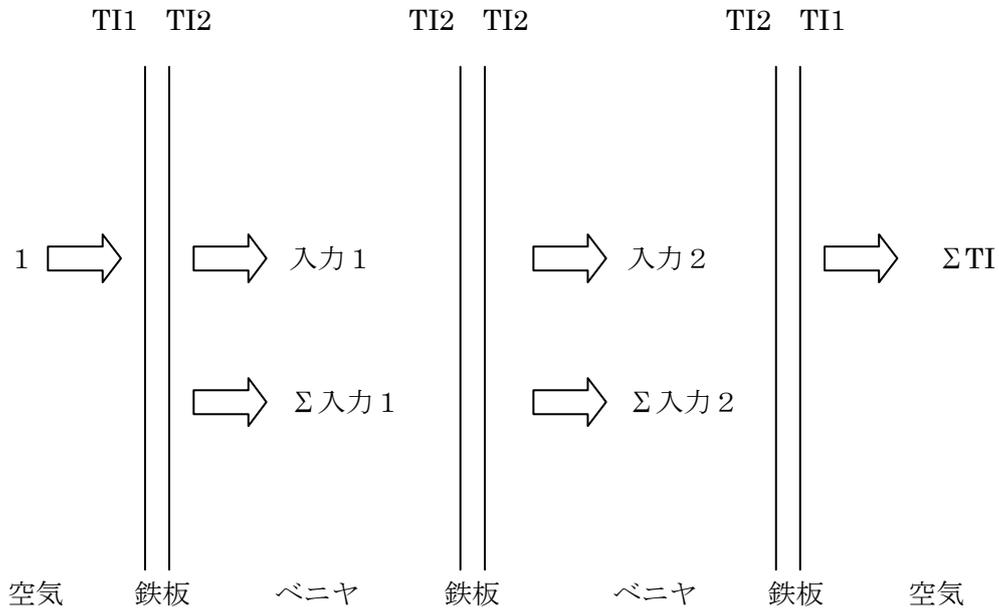
パネル全体の Σ 音の強さの透過率は

$TI2、TI1$ は上記と同様、

$$\Sigma \text{入力} \times TI1 TI2 / (1 - (1 - TI1)(1 - TI2)) = 6.1113 \times 10^{-5}$$

従ってパネル全体の $TL = -10 \log 6.1113 \times 10^{-5} = 82.1\text{dB}$ となる。

(3) 鉄板、ベニヤの積層を増やした場合の TL の増加



上記 3 (2) の「パネル全体の Σ 音の強さの透過率は」のところで TI1 の代わりに TI2 を用いると入力 2 が得られる。すなわち、

$$\begin{aligned} \text{入力 2} &= \Sigma \text{入力 1} \times (\text{TI2}^{**2} / (1 - (1 - \text{TI2})^{**2})) \\ &= 6.1113^{**5} \times (\text{TI2} / (2 - \text{TI2})) = 6.1113^{**5} \times 0.1493 / (2 - 0.1493) \\ &= 4.9301^{**6} \end{aligned}$$

この入力 2 を初項として、

$$\Sigma \text{入力 2} = 4.9301^{**6} / (1 - 0.8507^{**2}) = 1.7843 \times 10^{**5}$$

パネル全体の Σ 音の強さの透過率は、この Σ 入力 2 を入力として、

$$\begin{aligned} \Sigma \text{TI} &= \Sigma \text{入力 2} \times (\text{TI1TI2} / (1 - (1 - \text{TI1})(1 - \text{TI2}))) \\ &= 1.7843 \times 10^{**5} \times 4.1162 \times 10^{**5} = 7.3444 \times 10^{**10} \end{aligned}$$

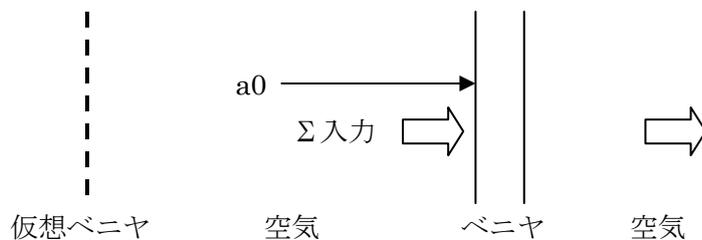
$$\text{パネル全体の TL} = -10 \log(7.3444 \times 10^{**10}) = 91.3 \text{dB}$$

この値を上記 3 (2) の TL と比較すると、 $91.3 - 82.1 = 9.2 \text{dB}$ (増大) となる。

つまり、ベニヤ-鉄の境界面が 2 面増えたこと、あるいはベニヤと鉄板のセットがひとつ増えたことで TL が 9.2dB 増加しているのです。4.6dB / 面 (あるいはセット) ということになる。

(4) TL に対する入力側の「仮想壁」の影響 (仮想壁なし→仮想壁あり)

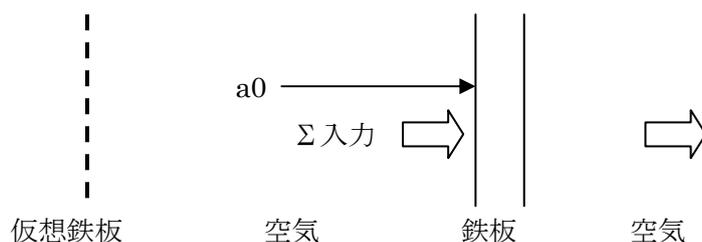
a. ベニヤ単独 ($a_0 = 1$)



$$\Sigma \text{入力} = 18.64 \text{ (n=20)}$$

$$\text{TL} : \quad 32.9\text{dB} \rightarrow 20.2\text{dB}$$

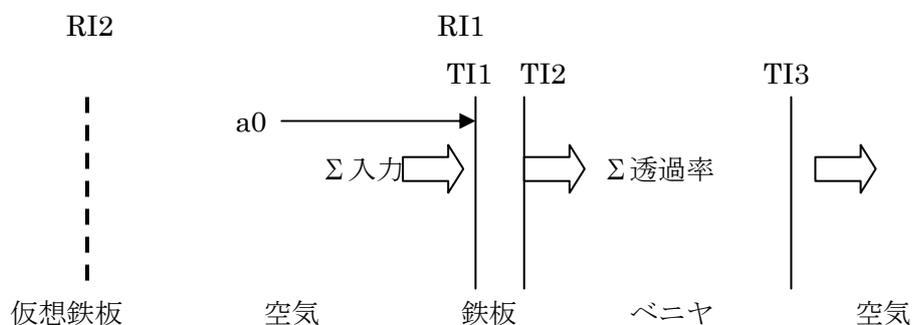
b. 鉄板単独 ($a_0 = 1$)



$$\Sigma \text{入力} = 18.99 \text{ (n=20)}$$

$$\text{TL} : \quad 46.9\text{dB} \rightarrow 34.1\text{dB}$$

c. 鉄板+ベニヤ ($a_0 = 1$)

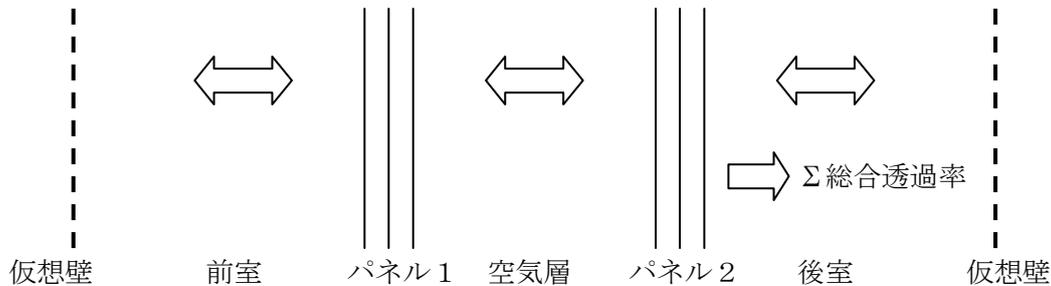


$$\Sigma \text{入力} = 18.99 \text{ (n=20)}$$

TL : 73.7dB → 61.0dB

4 鉄木合板遮音壁全体の透過損失計算

(1) 全体モデル



最終目的は Σ 総合透過率を求めて、遮音壁（パネル1 + 空気層 + パネル2）の総合的な透過損失（TL）を求めることである。

(2) 計算の手順

- a. 前室について、仮想壁の材質（木材もしくはコンクリートもしくは鉄）を想定し、パネル1に対する Σ 入力を計算する。
この場合、反射回数 n については前室の大きさと残響時間を勘案して決めるが、例えば前室の奥行きを3.6m、残響時間を0.5秒とすると、音速を340m/sとして $n=24$ 回となる。
- b. 後室についても前室と同様な計算をする。ここで得られた Σ 入力をパネル2の出力に乗じて Σ 総合透過率を求めることになる。
- c. 上記a.、b.と後先は構わないが（a.とb.とc.は互いに独立なので）、空気層について Σ 入力を計算しておく。
この Σ 入力をパネル1全体の出力（ Σ 透過率もしくは透過率）に乗じて、パネル2の空気層側の材の表面に対する入力を求めることになる。
反射回数 n については、空気層の厚さが100mm程度であることから、前室の場合の n の36倍、すなわち864回となるが、 $n \rightarrow \infty$ としても構わないと思う。
空気層の残響時間が0.5秒ということは考え難いからである。
ただし空気層にグラスウールを充填する場合、残響時間は極端に短くなると考えられる。この場合は適宜 n を調整するとよい。
- d. パネル1、パネル2について、それぞれパネル全体としての Σ 透過率を計算する。
どちらについても同じやり方になる。
すなわち、パネルの構成材について左側から順に1層ずつ前の層の Σ 入力を用いて

Σ 透過率を計算していく。各層の Σ 透過率が次の(=右側の)層についての Σ 入力を計算するための入力になる。

最も右側の層の右側の層については、単に境界面の音の強さの透過率を乗じることになる場合も出てくる。

e. Σ 総合透過率の計算

前室の Σ 入力×パネル1の透過率×空気層の Σ 入力×パネル2の透過率×後室の Σ 入力

最終的な遮音壁全体の透過損失 $TL = -10\log(\Sigma \text{総合透過率})$ となる。

後書き

こうした計算は現実世界のほんの一端を反映しただけ、現実は途方もなく複雑である。とりわけ空気との境界の取扱については、なかなか「これが正しい」「これが正解だ」ということを示すことが出来ない。

便法になるが、空気(層)については対面との反射を計算に組み入れること以外、今のところ手がない。

- －具体的な空間のイメージは室内、室外、隣室、遮音のための空気層などである。
- －反射回数 n については対面との距離、空気層の厚みによって変更すればよい。
- －室内については平均的な残響時間内での反射回数を設定してもよいのではないか。
- －鉄板のように表面の反射率が高い場合、 n を大きくすると Σ 入力は相当大きくなる。

本論で算出した透過損失を、質量則を用いてチェックした結果と比較すると、鉄板ーベニヤー鉄板 あるいは ベニヤー鉄板ーベニヤ という積層遮音パネルの場合、ひとつの境界面当たりではなく、設計上は 0.5mm 鉄板と 5.5mm ベニヤの1セットについて透過損失を 5dB 程度として大きな間違いはないようである。

(別紙「アイアン・ウッドパネル(鉄木合板)の透過損失を質量則から推定する」参照)

以上